第 4 期 电 子 学 报 Vol.29 No.4
2001 年 4 月 ACTA ELECTRONICA SINICA April 2001

基于精确罚函数法的遗传算法求解时延约束组播路由问题

郭 伟,席裕庚
(上海交通大学自动化研究所,上海 200030)

摘 要: 有时延约束的组播问题是通信网络多点路由优化问题中的重要部分,已被证明是 NP-complete 问题.本文提出了一种基于罚函数法的启发式遗传算法以求解该问题,并讨论了违反时延约束不可行解的罚函数选取问题,进化过程中采用适于此类问题的动态交配概率、变异概率以提高算法的收敛速度.最后分析了算法的复杂度.仿真表明,本文算法是有效的、稳定的.

关键词: 时延约束;组播;遗传算法;精确罚函数;计算复杂度
中图分类号: TN919 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112(2001)04-0506-04

Solving Delay Constrained Multicast Routing Problem with Genetic Algorithm Based on Accuracy Penalty Function

GUO Wei,XI Yu-geng
(*Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030, *China*)

Abstract: Delay constrained multicast problem is an important part of multipoint routing optimization problem and has been proved to be a NP-Complete problem. The paper provides a heuristic genetic algorithm based on penalty function method to solve the problem,and discusses how to select the penalty function for infeasible solutions which violate the constraint. Dynamic cross probability and mute probability suiting for this kind of problems have been adopted to accelerate the convergence speed. And algorithm complexity is analyzed. Simulations show that the algorithm is effective and stable.

Key words: delay constraint;multicast;genetic algorithm;accuracy penalty function;computation complexity

1 引言

许多新兴的多媒体业务,如视频点播、视频会议,不仅是涉及多客户的,而且是对时延敏感的.为了支持此类应用,需要寻求满足严格时延约束的有效组播路由算法. Kompella et al.在 1992 年首次提出了一种满足给定端到端时延约束的组播路由算法,并证明此类问题是 NP-Complete 问题[1].

文献[2]解决无约束组播路由问题,提出了一种在最优网络代价和最小平均时延之间折中的算法.首先产生两个路由树:最短路径树$(SPT)^T$和 Steiner 树 T',然后找出在 T、T 中时延相差最大的 k 个目的点,把 T 中到这 k 个目的点的路径代以它们在 T 中的最短路径.这样得到代价次优的路由树 T',但有较小的平均时延.这个思想可以很容易地推广到时延约束组播路由问题,如文献[3]把到某目的节点违反时延约束的路径简单地代以其最短路径.但这种算法已被大量的仿真证明是性能较差的[4,5].

实际应用中往往没有必要最小化到所有目的节点的平均时延,而是要求到任何一个目的节点的时延都在给定范围内.文献[6]探讨了时延约束 Steiner 树问题.首先求出任意两网络节点间满足时延约束的最小代价路径.然后以基于 MST(miniaml spanning tree)启发方法的算法产生路由树.扩展树时,提出了两种启发方法来选择下一非树节点以连接到树上.其一是代价—时延启发法(算法 KPP1 采用),用一个函数把链路代价和时延转化为权值.权函数:

$$f_{CD}(v,w)=\begin{cases}\dfrac{c(v,w)}{\Delta-(p(v)+D(v,w))}, & \text{if } (P(v)+D(v,w))<\Delta\\ \infty, & \text{otherwise}\end{cases};$$

其中,v 是树上节点,c 是两点间满足时延约束的最小代价,Δ 为时延约束,$P(v)$ 是源节点沿树到节点 v 的累积时延,$D(v,w)$ 是两点间的最小时延.然后把有最小权值的节点连到树上.这种启发方法虽然能够产生满足时延约束的树,但它趋向于优化时延,找到的路径可能时延远远小于 Δ,但却是以增大树的代价为代价的.另一种启发方法(算法 KPP2 采用)为代价启发法,直接使用 MST 法.权函数为

收稿日期:1999-11-29;修回日期:2000-10-28
基金项目:国家 973 项目(No. G1998030415)

$$f_C = \begin{cases} c(v, w), \text{if}\,(P(v) + D(v, w)) < \Delta; \\ \infty, \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

把满足时延约束的最小代价节点连到树上. 这种方法在构建树的初期是贪婪的,因为初期时延约束总是满足的. 这样,因为初期构建的树结构差,即使满足时延约束的路由树存在的情况下,算法也有可能失败. 算法的复杂度为 $O(\Delta n^3)$.

算法 CRA[7]类似 Dijkstra 最短路径算法,每次选取通过已计算节点到源节点有最小代价且满足时延约束的节点连到树上. 算法复杂度很低($O(n^2)$),但是产生的树可能不能覆盖所有目的节点,即使原节点到该目的节点满足时延约束的路径存在(Lemma 2[7]).

解决无约束组播问题的典型启发式算法 TM、MST、RS、KMB 等,虽然在最坏的情况下解的性能只是最优解的一倍,但平均性能很好,接近最优解[8]. 而有约束情况因其复杂性却远非如此. 因此,寻求性能优良的解决时延约束组播路由问题的有效算法是一个有广泛前景的研究领域.

大多数对网络优化问题求解的传统方法都基于这样的基础:好的解是两两"邻近"的,对解做小的改动,就可由一个解移动到另一个解. 此类小的改动包括:加一条链路、去除一条链路、小数量的链路被其它链路取代. 最好的情况下,解空间和目标函数都是凸的,即使用局部搜索技术,也可以保证得到全局最优解. 但对于基于树的问题,这些方法是不适用的. 树中加一条链路可能形成环路:删除一条链路可能使网络断开连接;替换一部分链路不仅改变许多链路的流量(继而代价),而且也可能形成环路[9]. 因此需要使用可以在有很大不同的解之间移动的技术,如遗传算法.

本文采用基于遗传算法的罚函数法解决时延约束组播路由问题. 关于罚函数的设定问题及算法的具体应用在以下部分阐述.

2　时延约束(实时)组播路由问题的描述[4]

一个网络可以表示为无向图 $G(V, E)$:其中 V 是顶点的集合,表示通信网络节点;E 是边的集合,表示链路. 对每一条边 $e \in E$, $c(e)$ 是链路的代价,$d(e)$ 表示链路 e 的时延,即信息通过链路 e 需要的时间.

给定源节点 $s \in V$,目的节点集合 $D \in V$, $s \notin D$,为组播连接构建的路由树是图 $G(V, E)$ 的子树,以 s 为根,包含 D 中的所有节点和 $(V - D)$ 的任意子集,叶节点只能是 D 中节点. 组播一条消息给 D 时,s 给树中 s 的每一个子节点发送一份拷贝,这些子节点照继给它们的子节点发送消息,直到树中的所有节点收到消息为止,因而 D 中的所有节点都收到了消息.

由树结构的特点,组播消息到达所有目的节点通过路由树的每一条边一次且只有一次. 因此,组播的带宽消耗与树上所有链路的距离之和成比例. 定义路由树 T 的网络代价为:

$$\text{NetworkCost}(T) = \sum_{e \in T} c(e) \tag{1}$$

组播路由的一个目标是优化此网络代价,使得带宽消耗最小. 这对于多媒体应用尤为重要,因为其包含音频和视频文件的消息往往规模很大. 在网络代价的需求之外,许多交互式多媒体应用有严格的时延要求. 常常要求源节点到任一个目的节点的时延在给定的时间范围 Δ 内. 假定 $P(s, u)$, $u \in D$,是 s 沿路由树 T 到 u 的路径,时延约束要求可描述为:

$$\forall u \in D: \sum_{e \in P(s, u)} d(e) \leq \Delta \tag{2}$$

3　罚函数的设定问题

遗传算法是一种建立在生物进化原理基础上的统计启发式组合优化技术. 它以随机的方式从多点开始,对问题的解空间进行并行搜索. 使用所求解问题的参数编码形式,而不是使用问题的参数本身,且不要求目标函数的连续性. 遗传因子操作使得可在有很大不同的解之间移动. 这些特点使得遗传算法非常适合树形问题的求解. 用遗传算法求解约束优化问题的难点在于随机产生的基因解码为不可行解的可能性很大,而且遗传因子操作作用于可行解后,很可能产生不可行解.

目前关于遗传算法,已有几种常见的处理约束的方法[10]:抛弃不可行解法、修复不可行解法、改变遗传因子法、罚函数法.

抛弃不可行解法有非常严重的局限性. 例如许多搜索问题的初始群体只包含不可行个体,改进它们就是十分必要的. 而且通常情况下,如果能够穿越不可行域,系统能够很容易达到优化解,尤其在非凸可行空间. 简单抛弃不可行解,会导致搜索效率很低,尤其群体中含有较多的不可行解时. 许多组合优化问题的求解过程中倾向于修复算法,因为其修复不可行解相对容易,如旅行商问题. 这种方法的缺陷在于它是依赖于问题的,同时没有标准的启发方法. 对大多数规划问题,修复不可行解是非常复杂的. 改变遗传因子法是通过特殊的遗传因子操作,使产生的后代都是可行解. 但该方法不能求解非线性优化问题.

罚函数法对不可行解施加某种惩罚,如在最小化代价问题中加大不可行解的目标代价值以减小其适应度,经过迭代进化,使群体收敛到可行的最优解. 目前罚函数法是遗传算法求解约束优化问题的一种常用方法. 应用罚函数法的关键是罚函数的设定问题. 如果惩罚项设的过大,算法有可能过早的收敛于非极值点:惩罚项设的过小,又可能使算法的收敛性很差.

目前的罚函数法主要有:外罚函数法、内罚函数法、可微精确罚函数法(乘子罚函数)和不可微精确罚函数法. 外罚函数法和内罚函数法在实际应用中会出现许多数值困难,主要由相应罚函数的二阶导数矩阵随着惩罚参数趋于无穷逐渐变得病态或严重病态引起的. 可微精确罚函数的光滑性质,使得可以采用通用的无约束最优化方法来处理求极小问题. 但是许多可微精确罚函数的梯度计算需要用到问题函数的二级导数矩阵,从而为这类罚函数的实际使用带来困难. 不可微精确罚函数法的主要缺陷是在约束边界不可微,因而不能采用无约束优化中有效的梯度法.

本文设计了一种动态罚函数法,惩罚参数是迭代次数和不可行解数目的函数. 罚函数的形式采用不可微精确罚函数.

由于遗传算法对问题的可微性没有限制,因此克服了基于梯度算法不能处理不可微函数的缺陷,从而能够有效地求得可行的极值点.

取目标函数:

$$\tilde{z} = z + \alpha \sum_{i=1}^{POPTOP} Q_i \tag{3}$$

$$Q_i = \max(0, delay_i - \Delta), 1 \le i \le POPTOP \tag{4}$$

$$\alpha = \begin{cases} \alpha/2, & h = 5, 10, \cdots, H, \quad innum = 0 \\ 2\alpha, & h = 5, 10, \cdots, H, \quad innum > POPTOP/2 \\ \alpha, & \text{else} \end{cases} \tag{5}$$

其中,z 为实际计算代价,α 是惩罚参数,α 初始值是一个比较大的数. $POPTOP$ 是群体规模,$delay_i$ 是第 i 个个体的被约束项,本文为由源节点到各目的节点的最大时延,Δ 是约束界限,本文为时延约束. h 是迭代次数,H 是总迭代次数. $innum$ 是不可行解个数.

4 基于罚函数法的遗传算法解决时延约束组播问题的具体步骤

首先使用遗传算法来选择 Steiner 点,然后对于选定的 Steiner 点,使用类似 MST 启发式算法的方法求解 Steiner 树. Steiner 点指 Steiner 树覆盖的非源节点、非目的节点的网络节点. 对于违反时延约束的个体加惩罚项. MST 算法简介如下:

对于要覆盖的节点集合 D,构建完全图 $G' = (D, E')$,其中 $\cos t_{G'}(u, v)$ 是图 G 中 u 点到 v 点的最短路径代价. 对 G 图构建最小生成树 T',再将 T' 中的边转为 G 图中的路径.

由于遗传算法中的每一个个体对应于一棵 Steiner 树,这样可以通过遗传算法的复制、交配和变异操作使个体逐步进化,最终求得满足时延约束的代价最优的组播路由问题的解.

算法的具体步骤如下:

(1) 使用 Floyds 算法求出图 $G(V, E)$ 的距离图 $D(G)$,求得两两节点间的最小代价路径及相应路径时延;

(2) 群体规模:在算法的运算时间和结果性能之间折中,实验表明以网络节点数目的 2~4 倍为宜.

(3) 个体描述:采用 $chromosome[N]$ 一维数组表示个体,N 为节点数目. 如果选择 i 点作为 Steiner 点,$chromosome[i] = 1$;否则 $chromosome[i] = 0$.

(4) 解码:使用类似 MST 启发式算法的方法求解各个个体的 Steiner 树. 每次对 $chromosome[i] = 1$ 的点选择距离已成树有最小代价的节点连接到树上,然后更新剩余节点距离树的最小代价和通过相应路径距离源节点的时延. 最后删除非目的叶节点.

(5) 计算各个个体 Steiner 树的代价. 对于违反时延约束的个体,依据第 3 部分讨论附加惩罚项.

(6) 复制操作:路由树代价大于平均值的个体,在不可行个体存在时,全部丢弃:不存在不可行个体时,以较小概率丢弃. 不可行个体存在时,路由树代价小于平均值的个体全部复制,不存在不可行个体时,以较大概率复制.

(7) 交配操作:迭代初期,因为一般不可行个体数目较多,我们希望交配概率较高. 随着迭代次数增加,个体进化,不可行个体数目逐渐减少,交配反而易产生不可行个体,因此希望交配概率减小. 所以选择交配概率 $crossprob = 1 - h/H$. 其中 h 为迭代次数,H 为总迭代次数.

(8) 变异操作:变异概率的选取同交配概率. 通过随机选择个体中不在 D 中的点,对其 $chromosome[i]$ 进行取反操作,对个体进行变异. 变异的幅度和问题的规模有关,可以在进化的开始使用较大的变异幅度,在进化的后期采用较小的变异幅度.

(9) 结束的标志的选择:进化算法的结束标志可以有两种方式:一种是个体对应的目标函数值已达到最优值;另一种是使用迭代次数进行控制. 本文使用迭代次数控制遗传算法的结束.

5 算法的复杂度分析

Floyds 算法的复杂度是 $O(n^3)$. 编码、复制、交配、变异操作的复杂度 $O(n - m)$,其中 m 是目的节点数加源节点数 1. 解码操作最多要连接 $(n - 1)$ 个点,选择下一节点需 $O(n)$ 时间,更新代价和时延需要 $O(n)$,解码操作复杂度为 $O(n^2)$. 遗传算法复杂度 $O(H \cdot POPTOP \cdot (n^2 + 4(n - m))) = O(H \cdot POPTOP \cdot n^2)$,其中 H 为总迭代次数,$POPTOP$ 为群体规模. 本文算法复杂度 $\max(O(n^3), O(H \cdot POPTOP \cdot n^2))$,为可接受的多项式时间. 对于大型网络,适合静态的非实时网络组播路由优化. 对于中小型网络,可用于动态的实时网络组播路由优化.

6 仿真实例

本文以 VC++ 高级语言开发的仿真软件包为工具进行仿真. 为了保证仿真的结果具有实际意义,使用随机化的方法产生具有实际网络特性的图的模型[8],N 个网络节点在一定的区域内随机的产生,网络节点的距离使用欧拉距离. 任意两节点 i 和 j 之间的边,根据节点之间的距离按照一定的概率产生,边产生的概率按下面的公式决定:

$$P(\{i, j\}) = \beta \exp \frac{-d(i, j)}{L\alpha}$$

上式中,$d(i, j)$ 是 i 和 j 之间的距离,L 是任意两节点间的最大距离,α 和 β 是 $(0, 1]$ 之间的参数;当 β 增大时,网络边的密度增大,当 α 减小时,网络距离小的边相对于距离大的边的密度增大. 网络边的代价等于网络节点间的距离. 边的时延 = 边的距离 ×10km/v 为信息沿链路的传播速度,取为 2/3 光速.

仿真结果如下图所示. 图中纵坐标是各算法与本文算法的性能比,即所解出的满足时延约束的组播路由树的代价比. 每一个点是十次随机产生网络模型十次性能比的平均值. 因为未发生本文算法失败而其它算法成功的情况,所以本文算法成功、某个算法失败时,取其代价是本文代价的两倍.

图 1(a):目的节点数 $desnum = 3$,时延约束 $\Delta = 0.03$,边密度参数 $\beta = 0.6$,网络节点数 $nodenum$ 增加. 网络节点数增加对 KPP1 和 KPP2 算法影响不大,但 CRA 算法性能变坏. 这与该算法缺乏全局考虑直接有关,网络规模越大,此缺陷越明显.

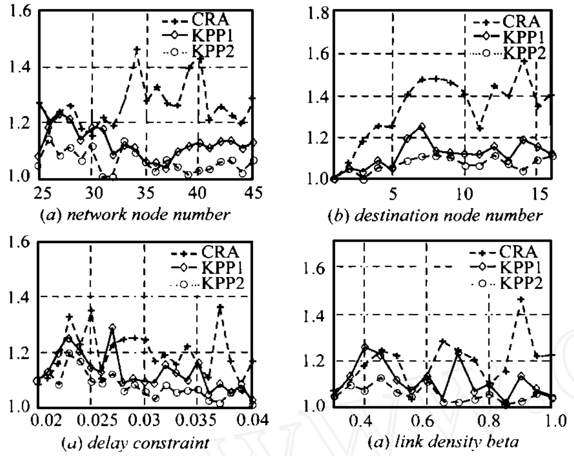

图 1　各算法与本文算法组播路由树的代价比

图 1(b): *nodenum* = 30, $\Delta = 0.03$, $\beta = 0.6$, 目的节点数 *desnum* 增加. 目的节点数为 1 时,即为点到点路由问题. 因为两点间最优路径往往就是直接连接两点的链路,所以各算法都能够很容易地找到,各算法与本文算法的性能比都为 1. 目的节点数是对算法性能影响较大的参数,随着目的较大数增加,搜寻满足时延约束的最优路由树愈加困难,算法失败次数大大增加,性能也愈难保证优化. 从图中可以看出, KPP1 和 KPP2 算法性能变坏趋势缓慢,而 CRA 算法性能迅速变坏.

图 1(c): *nodenum* = 30, *desnum* = 3, $\beta = 0.6$, 时延约束 Δ 增加. 时延约束 Δ 放宽时,各算法失败次数大大减少,性能也渐优. 这是因为引言中所叙述的 KPP1 和 KPP2 算法的缺陷随着时延约束的放宽而不明显. CRA 算法性能整体变优,只是依旧不稳定.

图 1(d): *nodenum* = 30, *desnum* = 3, $\Delta = 0.03$, 边密度参数 β 增加. 边密度增加,各算法失败次数大大减少,这是因为可供选择的路径大大增加. KPP1 和 KPP2 算法性能渐优. CRA 算法性能依旧不稳定.

从整个仿真结果可以看出,无论网络状况如何变化,与这几种经典方法相比,本文算法都是最优的,且是稳定的.

7　结论

本文针对有时延约束的组播路由优化问题,提出了一种基于启发式遗传算法的罚函数法进行求解. 并讨论了违反时延约束不可行解的罚函数选取问题,进化过程中采用适于此类问题的动态交配概率、变异概率以提高算法的收敛速度. 大量的仿真表明,本文算法是有效的、稳定的.

参考文献:

[1] V. P. Kompella, J. C. Pasquale. Multicasting for mutimedia applications [A]. IEEE INFOCOM '92 [C]: 2078 - 2085.

[2] K. Bharath-Kumar, J. M. Jaffe, Routing to multiple destinations in computer networks [J]. IEEE Trans. Commun. COM-31 (March 1983): 343 - 351.

[3] Zhu Qing, et al. A source-based algorithm for delay-constrained minimum-cost multicasting [A]. In: proc of IEEE INFOCOM '95 [C], 377 - 385.

[4] Xiaohua Jia. A distributed multicast routing protocol for real-time multicast applicatons [J]. Computer Networks, 1999, 31: 101 - 110.

[5] Hussein F. Salama, Evaluation of multicast routing algorithm for real-time communication on high-speed networks [J]. IEEE J on Sel. Areas in Commun. Apr 1997, 15(3): 332 - 345.

[6] V. P. Kompella, Multicast routing for multimedia communication [J]. IEEE/ ACM Tran on Networking, June 1993, 1(3): 286 - 292.

[7] Quan Sun. An efficient delay-constrained multicast routing algorithm [J]. J of High Speed Networks 1998, 7: 43 - 55.

[8] Bernard M. W. Routing of Multipoint Connections [J]. IEEE JSAC, 1988, 6(4): 1617 - 1621.

[9] Charles C. Palmer. An approach to a problem in network design using genetic algorithms [J]. Networks, 1995, 26: 151 - 161.

[10] Michalewicz Z et al. Evolutionary algorithms for constrained engineering problems [J]. Computer ind. Engng, 1996, 30(4): 851 - 870.

[11] 赵瑞安, 吴方. 非线性最优化理论和方法 [M]. 浙江科学技术出版社, 1991.

作者简介:

郭　伟　1973 年生. 上海交通大学自动化系博士研究生. 主要研究方向为通信网络的路由优化及运筹学 VRP 问题及其相关问题.

席裕庚　1946 年出生. 教授, 上海交通大学博士生导师. 主要研究方向: 预测控制, 多机器人协调系统, 生产调度, 网络资源优化.